

# 以偶發性訊息及重疊視知覺理論探討不可能的桿體 之 3D 電腦繪圖建構

謝寶泰\* 謝志成\*\*

## 摘要

本文以「偶發性訊息」及「重疊」等視知覺學理析論「不可能的桿體」之辨認與構成原理。據此，經由實物虛擬完成的「不可能的三桿體」推導以 3D 電腦繪圖軟體繪製「不可能的三桿體」及「不可能的四桿體」的方法。

關鍵詞：不可能的物件 (impossible object)；偶發性訊息 (accidental message)；重疊 (interposition or overlay)

## 壹、導論

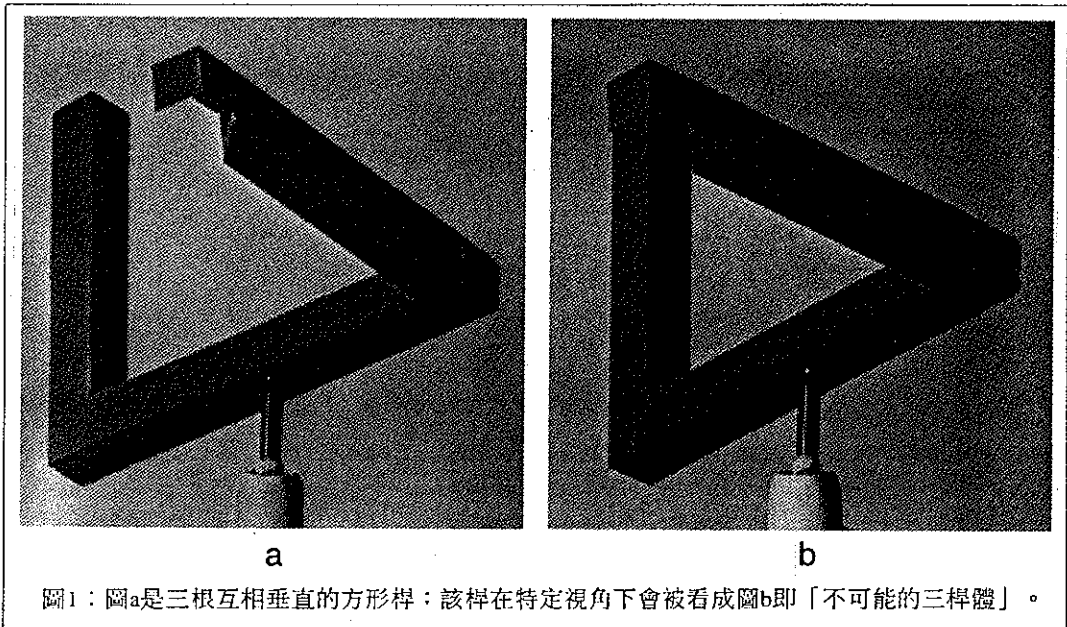
位於台中之國立科學博物館的人體視覺區內有個如圖 1a 的裝置，在特定的視角下可以看到如圖 1b 的影像，稱之為「不可能的三桿體 (impossible tri-bar)」。不可能的三桿體常被視為「視覺詭計」的典型範例。它是「不可能的物件 (impossible object)」的一種。所謂「不可能的物件 (impossible object, IO)」是指「人眼可詮釋為三度空間 (3D) 物件之二度空間 (2D) 表徵 (representation)，由於此表徵所提供之空間資訊的自我矛盾，人眼同時判定此物件在三度空間不可能存在」【1】。Ernst 曾為「不可能的四桿體」

---

\* 台中技術學院講師

\*\* 東海大學工業設計系副教授

提出在2D上的建構方式，謝寶泰與李淙柏曾以視知覺架構析論如何在2D環境中建構「不可能的多桿體」的方法【2】。Ernst也以實物模擬出「不可能的四桿體（impossible four-bar）」的製作【3】，然而偏重於「不可能的多桿體」之繪製方法，尚無明確之學理析



論。

晚近視知覺有關生理、心理及認知等方面的實驗及理論日益完善，有助於吾人判析「不可能的三桿體」或「不可能的四桿體」的辨認與構成原理。準此，本文擬以這些理論中的「偶發性訊息」及「重疊」二項架構析論實物擬設「不可能的桿體」的原理，再導出以3D電腦繪圖繪製「不可能的三桿體」及「不可能的四桿體」的方法。

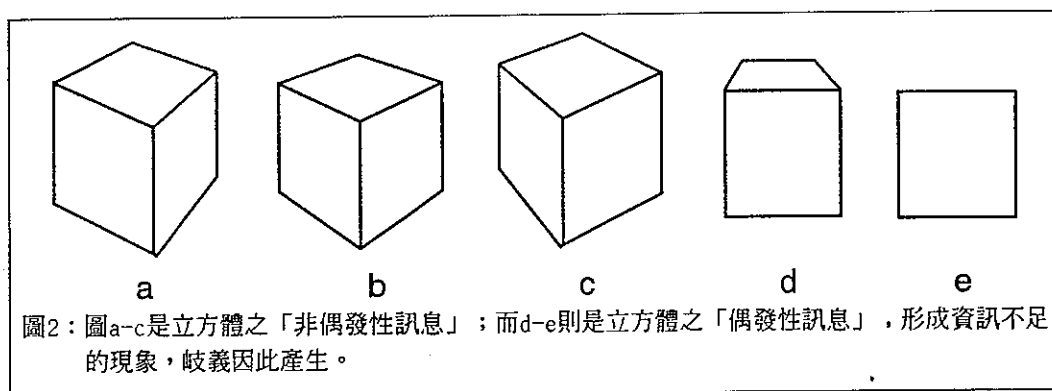
## 貳、理論探源

### 一、偶發性訊息（accidental message）

David Marr等人認為在描述3D模型物件時，每一個3D模型物件層次會具有以下三要項【4】：

1. 單一軸，藉以提供物體描述之大小方向等粗略訊息。
2. 主構件軸之排列與長度。
3. 與構件軸有關的形態構件之3D模型的指向。

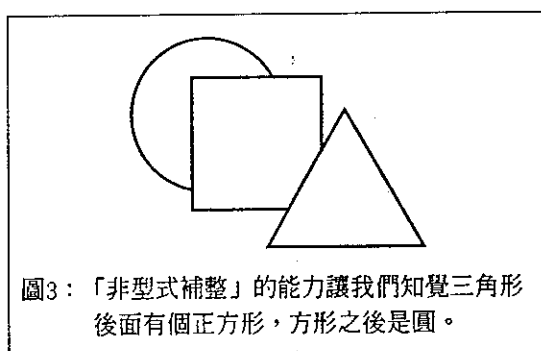
此外，他強調：若要正確辨認某一3D物體輸入之視覺刺激，則此視覺刺激之軸向必須是非偶發性（non-accidental）的【5】，換言之，雖然視認者與物件的相對視角不同，



視覺刺激必須讓視認者得到一致的訊息，方得以正確詮釋，否則容易誤判。例如，視認者在不同的視角下觀看一個立方體時，當該方體在視網膜之投影輪廓如圖2中的a、b、c時，視認者會正確辨認它們是方體。這樣的論點符合人類視覺中的外形恆常性（shape constancy）【6】。然而，當視認者處在某些特殊的視角來看前述的方體時，所得到的可能是一種「偶發性訊息」如圖2d及2e，此時視認者陷入資訊不充足的情況，進而無法判定正確刺激，視認者會以個人的前驗（pre-experience）及腦中最接近該刺激的基模（schema）予以詮釋。「偶發性訊息」係3D物體之2D表徵無法正確呈現完整資訊時所產生，常導致視認者誤判，因此，亦為視覺詭計常用手法。

## 二、重疊（interposition或overlay）

人類對於視覺刺激之空間資訊的判斷有賴提供空間知覺的深度線索（depth cues），包括重疊、陰影、空氣透視、視網膜上熟悉的大小、線性透視、材質變化及視平線高度等【7】等。Nakayama認為立體視覺並不單由雙眼像差所形成，重要的是我們對物體相互遮蔽關係的認識，他認為人類之「非形式補整（amodal completion）」能力是與生俱有的。例如圖3中我們仍能知覺到藏在三角形後面的是方形，方形後方的是圓，這種能力可以稱之為「非形式補整」，「非形式補整」



的論點係基於物體相互重疊之假設。他認為，重疊（interposition或overlay）的線索在各種單眼深度線索中，屬於較強勢的深度線索。亦即，當各種不同的單眼線或雙眼深度線索所提供的三度空間訊息相互不一致時，多半優先以重疊線索所提供的訊息為三度空間的解【8】。此一論點導因於人類之知覺經驗與推理能力。

以簡單的幾何圖形做重疊時，根據Guzman、Clowes及Waltz等人提出的面塊區隔理論

【9】，被遮蔽的面與完整面之間會有個「T」型接點如圖4小圓A、B所示，「T」型接點可分成「—」及「|」兩線段，當一個面包含「T」型接點中「|」線段者，必然會在包含「—」之平面的後面。根據這樣的原則，我們可以進行2D圖形與3D圖形的重疊和推論。

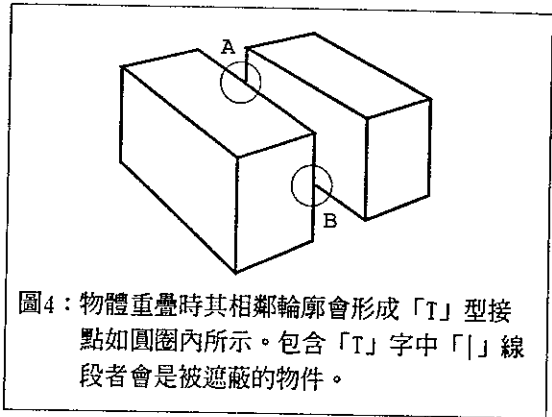


圖4：物體重疊時其相鄰輪廓會形成「T」型接點如圓圈內所示。包含「T」字中「|」線段者會是被遮蔽的物件。

## 參、重疊類型

### 一、2D圖形的重疊

以下以簡單的二個幾何圖形重疊為例，其「T」型接點可能有五種：

1. 兩個「T」型接點是在多邊形同一夾角的兩邊上，如圖5a及5b，這種重疊可能最具深度感覺。

2. 兩個「T」型接點是在多邊形相隔一邊的兩兩邊上，如圖6a及6b，這種組合仍有完整形疊在殘缺不全形的前面，但因比圖5少了視平線高度的深度線索，似乎也可能被詮釋為殘缺不全形與完整形兩者同在一平面，但緊靠在一起。

3. 形狀不全者與多邊形相接於一邊的兩個頂點如圖7，這樣的接點不像「T」，此一情況顯示二種可能：一是形狀完整者是在另一個形狀完整者之前；其二是形狀完整者與另一形狀殘缺不全者緊鄰在一個共同邊上。

4. 兩完整形沒有任何「T」型接點如圖8a及8b，此一情形有兩種可能：一是形狀較小者疊在形狀較大者之前，此時大小扮演重要的深度線索；其二是形狀較大者中間被挖掉一個形狀較小者。

5. 兩個形狀殘缺不全者相互共有兩個T型接點如9a及9b，二圖中編號1的「T」型接點顯示A>B(>：表在前)，但編號2的「T」型接點顯示B>A，亦即A>B>A，違反遞移律(transitivity)之邏輯推論，這樣的接點所顯示的前後關係非常曖昧，可為視覺詭計的基礎。

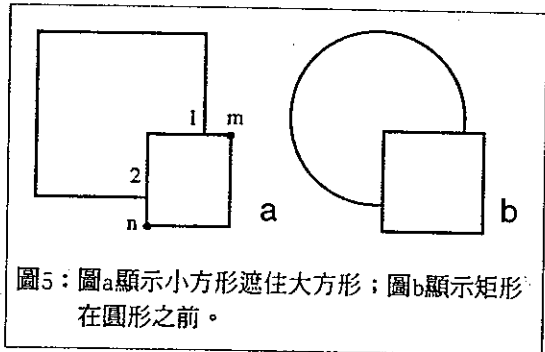


圖5：圖a顯示小方形遮住大方形；圖b顯示矩形在圓形之前。

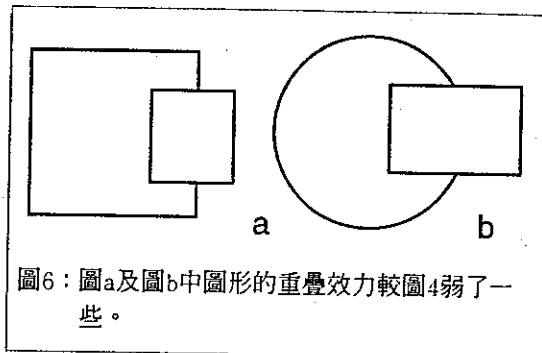
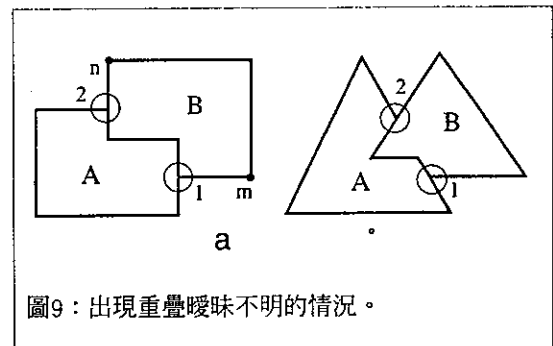
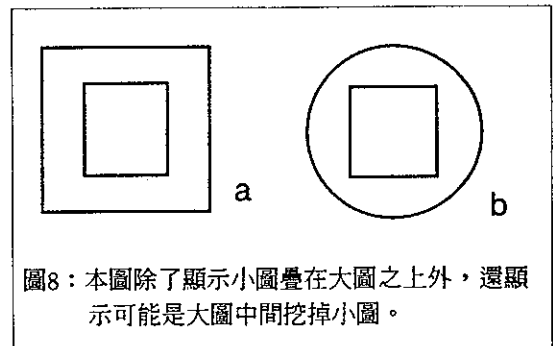
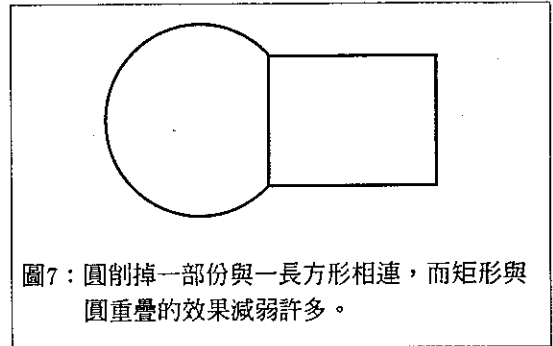


圖6：圖a及圖b中圖形的重疊效力較圖4弱了一些。

觀察圖5及圖6，再與圖9比較，可以發現要產生合理的重疊知覺，相互重疊的圖形不是包含兩個「T」型接點中的「一」線段，就是包含兩個「T」型接點中的「|」線段。這種特性事實上符合拓樸學中封閉曲線與一線相交的原理，該原理指出任何封閉路徑會分成內側與外側兩個領域，若兩個點均同一側（同在路徑的內側或外側），則連接這兩點的線會與封閉路徑相交偶數個點（如0、2、4...等）；若一點在封閉路徑的內側而另一點在封徑的外側，則連接這兩點會與封閉路徑相交奇數個點【10】。本此原理，復由型式補整論點觀之，圖5a是小方形疊在大方形之前，換言之，大方形是個封閉路徑，點m與點n均在封閉大方形的外側，所以由m經1接2到n這樣的線與大方形相交於1及2兩個點。而從「T」型接點的觀點看，m1與n2是「T」型接點中的「一」線段，滿足此接點的圖形即可判定是合理的重疊；但圖9中設A是矩形封閉路徑，m與n是該路徑之外側的兩個點，依圖5的經驗可析判由m經1由2到n的線會與矩形交成兩個「T」型接點中的「一」線段，但只有2n是「T」型接點的「一」線段而1m則是「T」型接點的「|」線段，此乃與物件間合理重疊現象不合，故會有歧義。



## 二、3D圖形的重疊

3D物體的重疊與2D物件的重疊近似，被重疊者的面塊會呈現局部不完整，此一局部不完整的輪廓與將之遮蔽的物體之完整輪廓面形成「T」型接點。2D物件間的重疊與3D物件間的重疊之主要差別在於：在「非偶發性」的情況下，後者能清楚區辨物件間的前後關係，因為後者的輪廓本身呈現線性透視的深度線索。如圖10，其中圖a與圖b容易區辨，但圖c只有一種可能，即兩個物件易被辨認為相互併鄰。圖d雖然沒有任何「T」型接點，但亦可區辨出一個小的方塊置在一個大的方塊之前，但這個小的方塊形的輪廓卻可轉成在大塊挖出一缺口。此種情況容易產生相互之知覺切換。至於圖e則是不可能的物件，乍看之下，它是兩個矩形中空管，但其組態卻讓視認者在兩種視點間切換，這種以兩個視點出現

的輪廓圖，在正常的視覺經驗下，呈現重疊關係的矛盾，因而導致「不可能的物件」之詮釋。然而在某一特定特視角之下，此一形態卻可能存在於三度空間間，此一「偶發性訊息」，導致不可能物件之詮釋，此等狀況可成為3D空間視覺詭計之基礎。

因此，在某些特殊的視角下，3D物件之投影會有偶發性訊息，如圖11a三根方形桿體在等角軸側投影會出現偶發性。設方形桿之方形邊為1個單位，則編號1234這個平面從直立桿（最右側）的觀點看是高度為8，但是若從最左側的平放桿的觀點其高度是1。一個平面滿足二種高度，形成第一個違常。再者，編號2365這個面，若從水平X軸的尺度觀之，當從圖最左緣算起，其X軸的尺度是8，但是若它是屬於最左側的桿子時，則它的X軸尺度只有1。換言之，

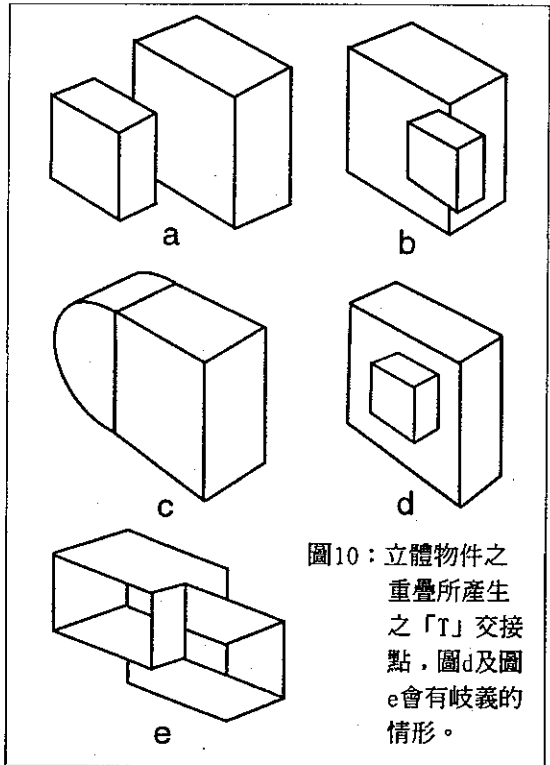


圖10：立體物件之重疊所產生之「T」交接點，圖d及圖e會有歧義的情形。

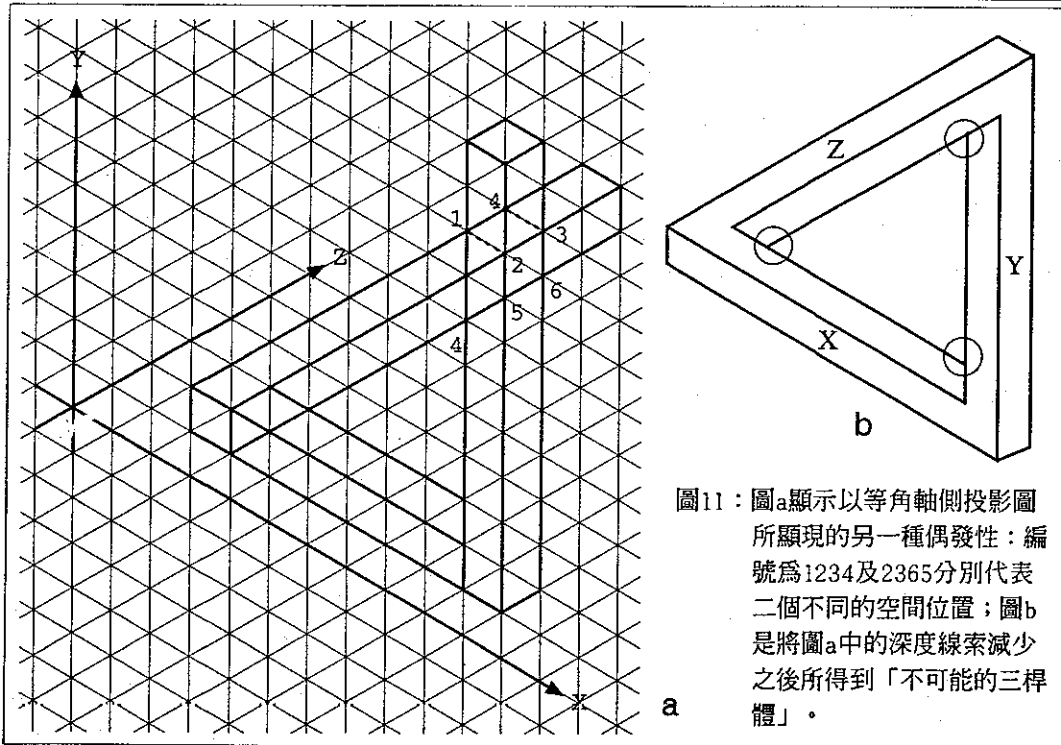


圖11：圖a顯示以等角軸側投影圖所顯現的另一種偶發性：編號為1234及2365分別代表二個不同的空間位置；圖b是將圖a中的深度線索減少之後所得到「不可能的三桿體」。

同一個平面卻有二個X軸的尺度，這又構成另一個違常。

當圖11a中直立桿的4-5-6以上的部份被削除，而最左側的平放桿之4-3-6右側的部份被削除，再將桿與桿間的接線加以清除則可以得到圖11b。此時，以「T」型接點判斷，此三桿體亦呈現相互矛盾之深度知覺判斷。圖11b中，X,Y,Z三個面間的「T」型接點呈現出 $X>Y>Z>X$  (>：表在前)之現象，違反遞移律之邏輯推論，因此，此一圖形易被推論為不可能。

## 肆、以實物建構「不可能的桿體」之解析

根據實物(圖1a)所虛擬完成的「不可能的三桿體」(圖1b)，可以看出這樣的圖具備了以下幾個特徵：

1. 桿材：直立方形桿(Y軸桿)、水平方形桿(X軸桿)、深度方形桿(Z軸桿，該桿的一端被鑿掉一缺口)。
2. 組合：直立方形桿靠在水平方形桿的左端並與之直交齊底；深度方形桿(Z軸桿)架在水平方形桿上並與之直交齊右。
3. 觀視：旋轉整組三桿體至唯一的角即可看到不可能的三桿體。

上述的觀視角度所呈現的不是非偶發性的訊息，換言之，那是一種「偶發性訊息」，造成部份資訊的不足，因而易被判定為不可能的物體。從這個圖像可以看出圖1b是圖1a的視角詭計，換言之，原先未接合在一起的三根桿子由於視角的關係，成為「看起來」是互相接合的不可能多桿體。「看起來」的意思是我們知覺上認為三根桿子互相垂且形成接合的三角形，但事實上，它們未接合。此外，圖1b上左上角方形桿的剖面(方形)寬度，比直立方形桿的寬度要稍微大一些，證明它們不是在同一個平面。因此，如何讓該剖面寬度與直立方形桿的寬度相同是一重要課題。實務上，應該可以將該桿桿加以削磨，使該桿是方形錐的一部份，以掩飾因透視所造成之尺度縮減的問題。然而，此法的缺點是觀者可能會識破該桿並非方形桿。

以偶發性訊息來產生「不可能的三桿

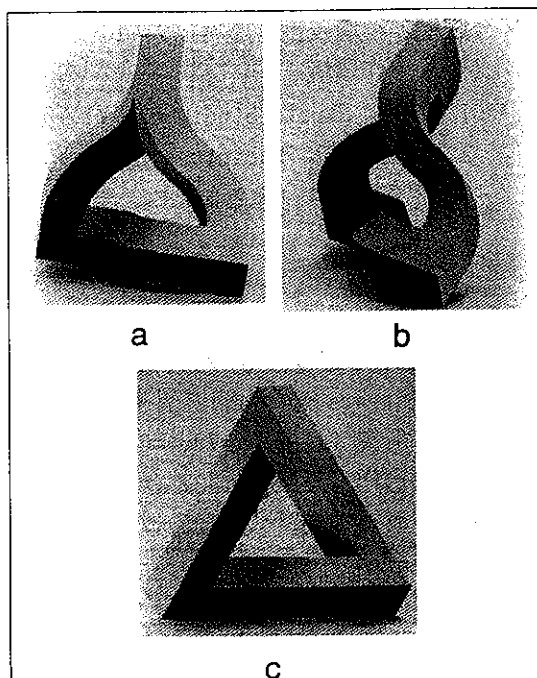


圖12：作者是Mathieu Hamaekers。圖a及圖b是三支扭曲體相互接在一起之的非偶發性訊息，圖c則是該物件之偶發性訊息即「不可能的三桿體」。

體」的另一個例子由Mathieu Hanackers所做出來的模型如圖12，其實物的「非偶發性訊」息如a、b兩圖，而「偶發性的訊息」則是c圖。

## 伍、以3D電腦繪圖創作「不可能的桿體」

依圖1的模型虛擬經驗及圖11的解析說明，我們可以得到以下幾個結論：

1. 「不可能的三桿體」可以用三根互相垂直的方形桿來虛擬建構。
2. 建構時視角須轉到直立桿的上端稜線與Z軸方向桿之開放端的稜線對齊。
3. 當觀看的距離不是很大時，Z軸方向桿的剖面寬度比X軸方向桿的寬度要稍微大一些。

有了上述的結論將有助於以3D軟體來創作。今以不可能的三桿體及不可能的四桿體為例，說明如下：

### 一、不可能的三桿體之創作

根據前述的虛擬經驗，以3D軟體應可做類似的建構來完成「不可能的三桿體」。經過實作，發現作法可以更簡化，亦即不必在一根桿子上鑿出缺口，只要在其中的一桿斜削即可，今將創作環境及創作歷程描述如下：

#### (一) 創作環境

1. 軟體：Strata Studio Pro V1.75
2. 使用電腦：Macintosh Power PC
3. 作業系統：OS 7.5以上

#### (二) 創作歷程

1. 開啓Strata Studio 1.75
2. 於功能清單點選Edit >Set Rulers，於對話框內選DPI中的Pixels
3. 觀視鏡頭焦距設為無窮遠。
4. 在Strata Studio的模型視窗內畫出三根方形桿，大小分別為：
  - 直立方形桿（尺度： $x=72; y=654; Z=72$ ），中心位置（351,291,0）
  - 水平方形桿（尺度： $x=432; y=72; Z=72$ ），中心位置（99,0,0）
  - 深度方形桿（尺度： $x=72; y=72; Z=432$ ），中心位置（-81,0,-252）
  - 傾斜方形桿（尺度： $x=120; y=200; Z=120$ ），中心位置（310,570,-14）（該桿是一直立長桿，以其Z軸為旋轉中心，將長桿旋轉-35.26度。）
 這樣的物件組構之上視（top）圖、正視（front）圖、右視圖（front）及等角軸側投影（Isometric）如圖13（註：本圖三桿的擺置與圖1的方式有所不同）。

5. 傾斜方形桿與直立方形桿做布林運算（Modeling>Boolean Modeler...，於對話框選直立方形桿，次選Substraction鈕，再點選傾斜方形桿，接著續按OK鈕即可），使直立方形桿被斜削，斜削後的正面圖及軸射投影圖如圖14，該桿最長的一面之長度

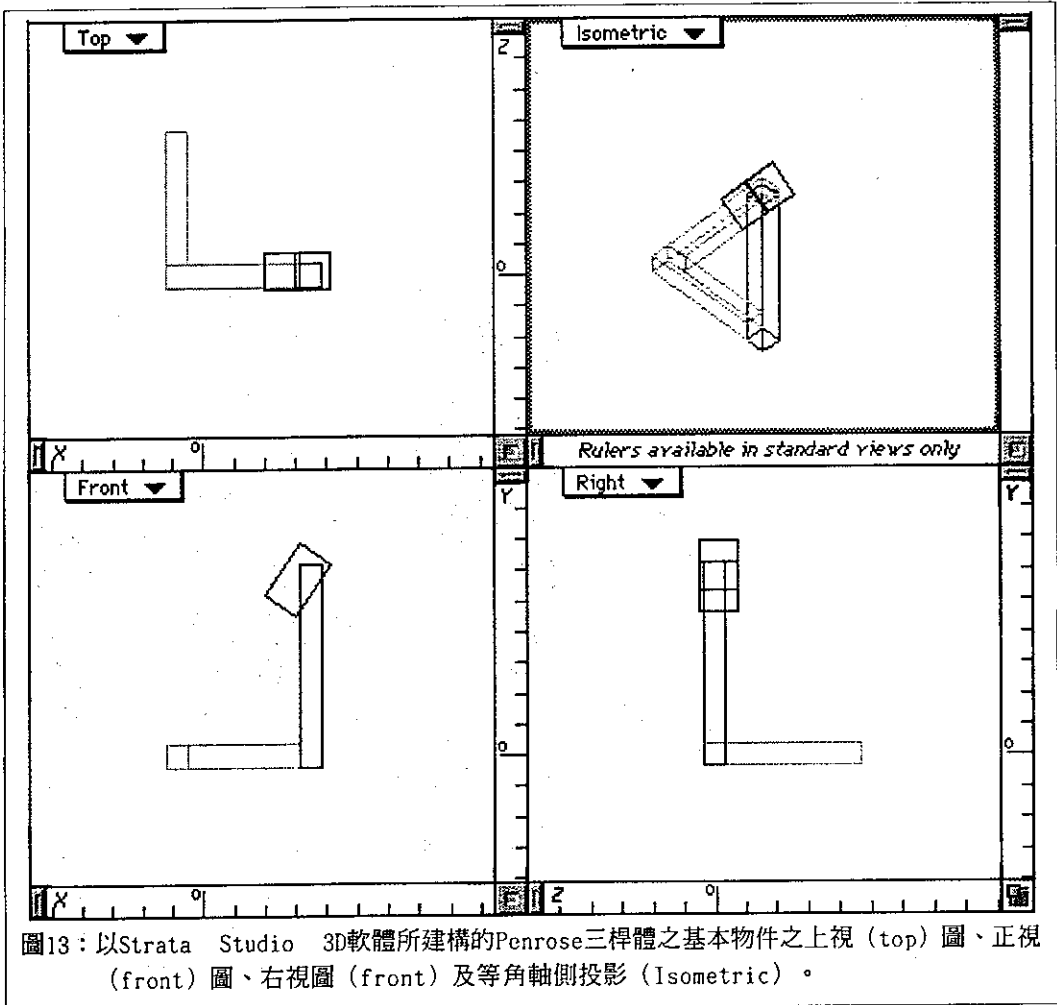


圖13：以Strata Studio 3D軟體所建構的Penrose三桿體之基本物件之上視 (top) 圖、正視 (front) 圖、右視圖 (front) 及等角軸側投影 (Isometric)。

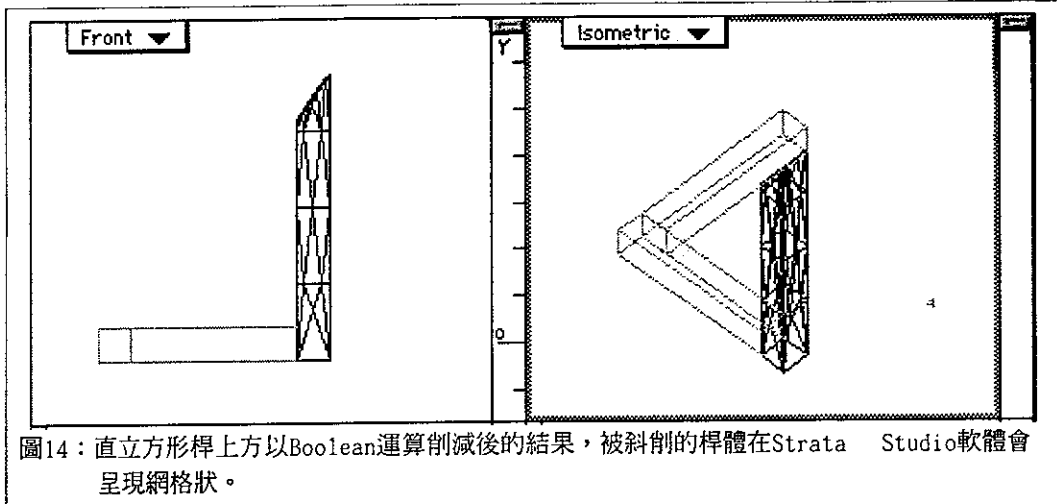


圖14：直立方形桿上方以Boolean運算削減後的結果，被斜削的桿體在Strata Studio軟體會呈現網格狀。

為611。斜削後的直立方形桿之斜削稜線與深度方形桿的下緣稜線重疊，而直立方形桿的右緣稜線也與深度方形桿的右緣稜線一同齊右，詳見圖15。

6. 為物件設定Canvas的材質。
7. 設計環境 (ambient) 中的明度 (lightness) 為50%，調整環境光的角度。
8. 進行精繪 (render)，若發現重疊處有縫隙，回到步驟7，迄其重疊處呈現完整面如圖16。

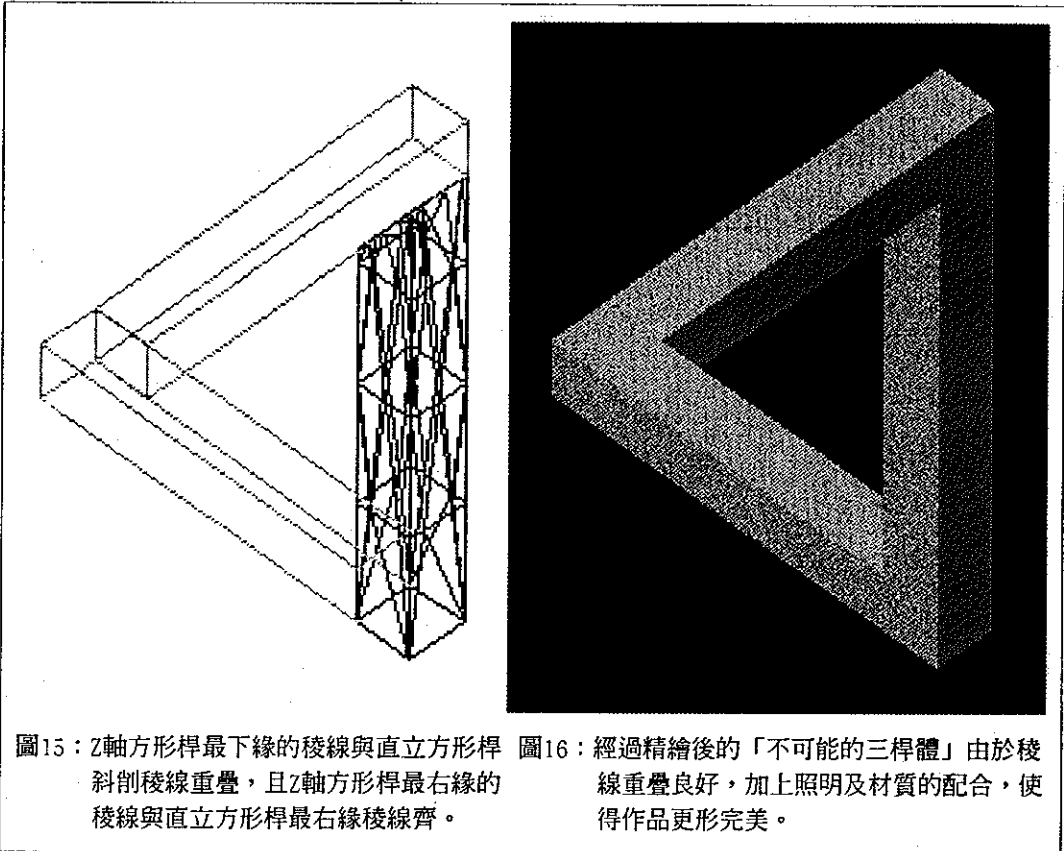


圖15：Z軸方形桿最下緣的稜線與直立方形桿斜削稜線重疊，且Z軸方形桿最右緣的稜線與直立方形桿最右緣稜線齊。

圖16：經過精繪後的「不可能的三桿體」由於稜線重疊良好，加上照明及材質的配合，使得作品更形完美。

## 二、不可能的四桿體之創作

根據前例以3D軟體繪製「不可能的三桿體」的經驗，「不可能的四桿體」的創作亦可採用相似的手法，經過實作顯示，「不可能的四桿體」必須用到四根桿，其中兩根是互相平行的。今將創作環境及創作歷程描述如下：

### (一) 創作環境

同「不可能的三桿體」。

### (二) 創作歷程

1. 開啓Strata Studio 1.75
2. 於功能清單點選Edit >Set Rulers，於對話框內選DPI中的Pixels

3. 觀視鏡頭焦距設為無窮遠。

4. 在Strata Studio的模型視窗內畫出三根方形桿，大小分別為：

直立方形桿右（尺度： $x=72; y=799; Z=72$ ），中心位置（254,-42,224）

水平方形桿（尺度： $x=432; y=72; Z=72$ ），中心位置（74,-405,224）

直立方形桿左（尺度： $x=72; y=432; Z=72$ ），中心位置（-106,-261,223）

深度方形桿（尺度： $x=72; y=72; Z=432$ ），中心位置（-106,-117,44）

傾斜方形桿（尺度： $x=144; y=144; Z=144$ ），中心位置（192,342,226）（該桿是一直立長桿，以其Z軸為旋轉中心，將長桿旋轉-35.26度。）

這樣的物件組構之上視（top）圖、正視（front）圖、右視圖（front）及等角軸側投影（Isometric）如圖17。

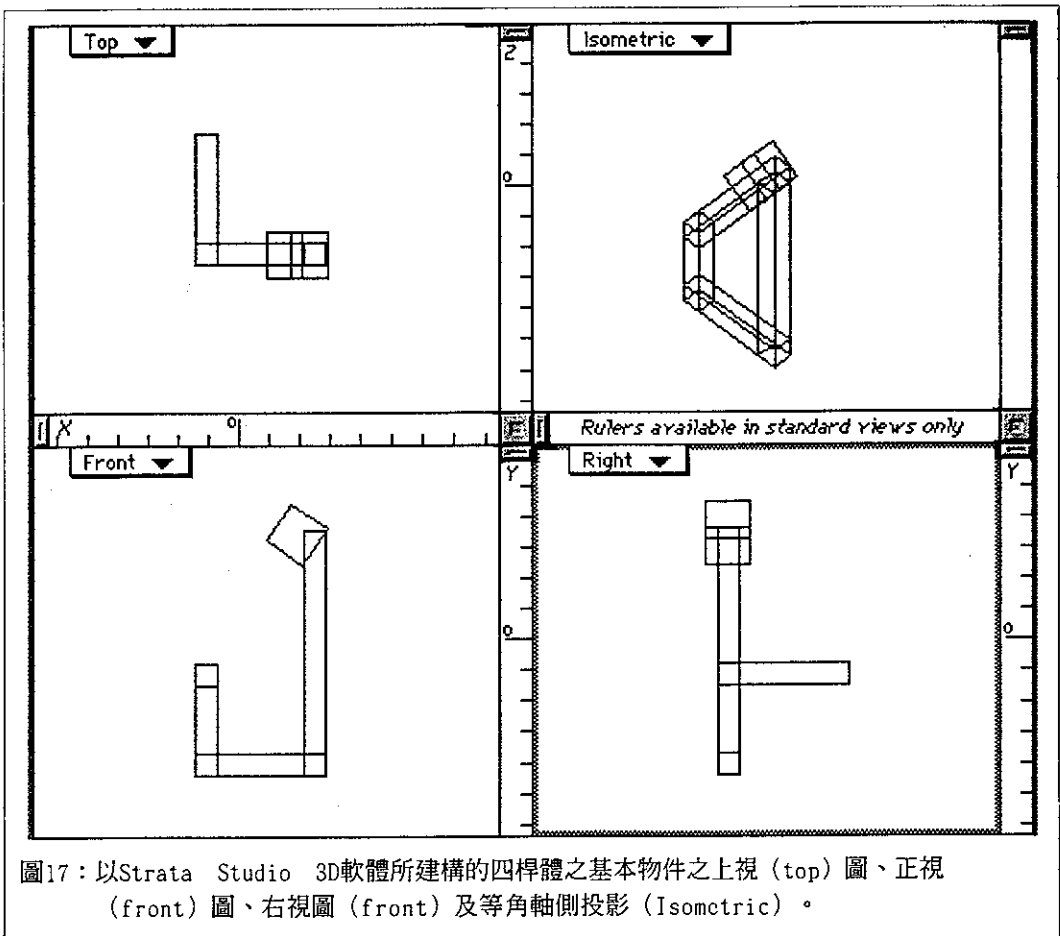


圖17：以Strata Studio 3D軟體所建構的四桿體之基本物件之上視（top）圖、正視（front）圖、右視圖（front）及等角軸側投影（Isometric）。

5. 傾斜方形桿與直立方形桿做布林運算（Modeling>Boolean Modeler...，於對話框選直立方桿，次選Substraction鈕，再點選傾斜方形桿，接著續按OK鈕即可）使直

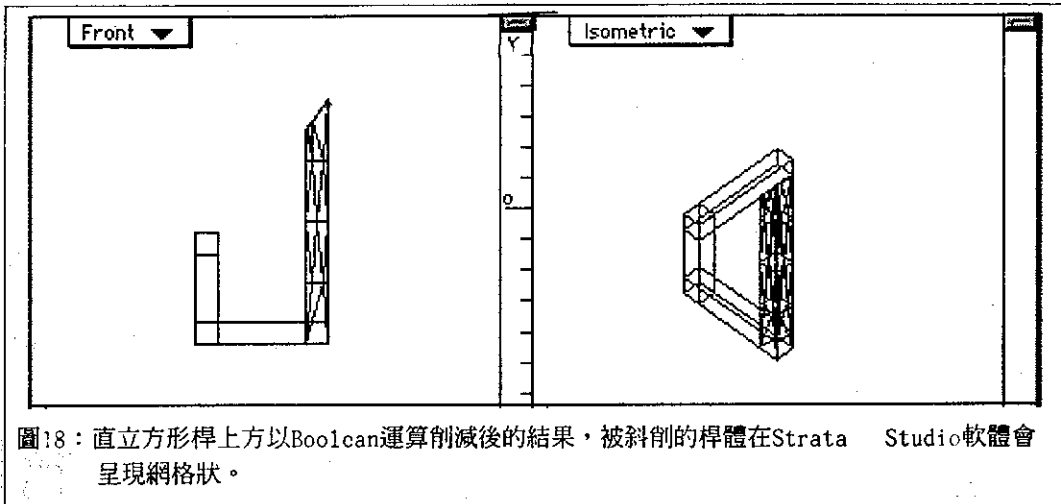


圖18：直立方形桿上方以Boolean運算削減後的結果，被斜削的桿體在Strata Studio軟體會呈現網格狀。

立方形桿被斜削。斜削後的正面圖如圖18之右圖所示。

6. 為物件設定Canvas的材質。
7. 設計環境 (ambient) 中的明度 (lightness) 為50%，調整環境光的角度。
8. 進行精繪 (render)，若發現重疊處有縫隙，回到步驟7，迄其重疊處呈現完整面如圖19。

## 陸、結語

本文經由視知覺中的「偶發性訊息」及「重疊」二項原理解析實物虛擬「不可能的三桿體」之原理。再據以利用3D電腦繪圖來繪製「不可能的三桿體」與「不可能的四桿體」。其它的多桿體亦可以依同樣的方法完成之。

本文雖以3D軟體完成「不可能的桿體」的創作，但是有待繼續研究的包括：

1. 本研究中所用到桿子是直的，如果桿子不是直的而是曲狀的如圖12，要如何建構則有待探討。
2. 本研究將等角軸側投影法視為偶發性，但是否有可能衍生到非等角軸側投影法，

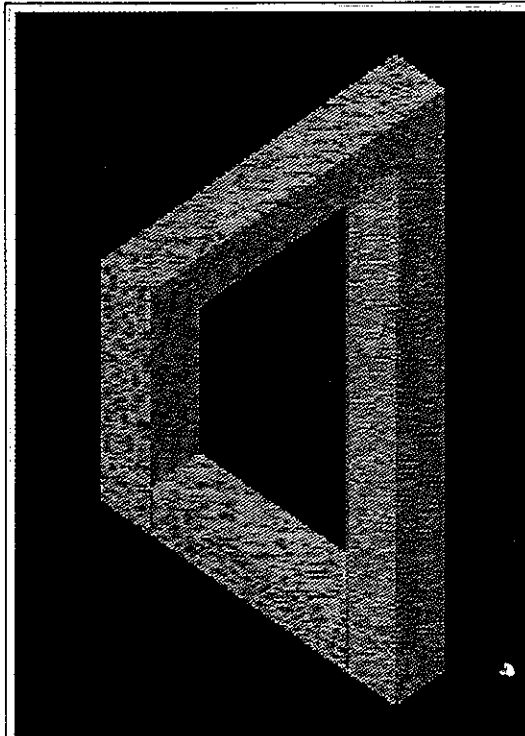


圖19：經過精繪後的「不可能的四桿體」由於稜線重疊良好，加上照明及材質的配合，使得作品完美無缺。

尚待研究。

3.本研究僅單獨呈現「不可能的桿體」而未用到其他物件來與之建構「場景(scence)」的關係，若有場景形成，要如何才可以使「不可能的多桿體」更具視效，亦是值得研究的範疇。

## 參考書目

1. Bruno Ernst, *The Eye Beguiled*. Germany: Benedikt Taschen, PP.45
2. 謝寶泰、李淙柏，以視知覺架構析論 Ernst「不可能的四桿體」之創作。台中：台中技術學院商業設計系學報第3期，頁47-57。
3. 同註1，PP.54-55
4. Vicki Bruce, Patrick R. Green, *Visual Perception*, UK: Lawrence Erlbaum Associates Ltd. 1990. P.191
5. 同註4，PP.198-199
6. H. R. Schiffman, *Sensation and Perception*. New York: John Wiley & Sons, 1990, P.365.
7. Stanley Coren & Lawrence M. Ward, *Sensation & Perception*, N.Y.: Harcourt Brace Jovanovich, 1989, PP.275-281.
8. 李江山等著，*視覺與認知*，台北：遠流出版，1999年，頁194-196。
9. 同註4，PP.128-129
10. 李正宏編譯，*什麼是圖形*。台北：建興出版社，民國80年，頁42-44。

## **3D constructs of 'impossible multibars' based on 'Accidental message' and 'Overlay' theories in visual perception**

Paotai Hsieh\*    Jeichen Hsieh\*\*

### **Abstract**

The purpose of this paper is to interpret the structure of 'impossible multibars' with 'accidental message' and 'overlay' theories in visual perception. Thereafter, by tracing the trick of making 'impossible tri-bar' with real objects, steps are clarified for drawing 'impossible tri-bar' and 'impossible four-bar' on a 3D software.

Keywords : impossible object ; accidental message ; overlay

---

\* Instructor, Dept of Commercial Design, National Taichung Institute of Technology  
\*\* Associate professor, Dept of Industrial Design, Tunghai University